**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1Ο**

**ΘΕΜΑ Αο**

**Α1.** Έστω ότι R και , όπου z1, z2 C

Να δείξετε ότι οι εικόνες Α,Β των z1,z2 μαζί με την αρχή Ο(0,0) του μιγαδικού επιπέδου σχηματίζουν ισοσκελές τρίγωνο

**A2.** Έστω ότι για τον zC και β1,β2,….β2015 ισχύει

Να δείξετε ότι

**Α3.** Δίνεται η εξίσωση z2+zω+ω2=0 με z,ω C και z,ω≠0. Να δειχθεί ότι :

α. z≠ω και z3=ω3

β.

γ. Η γωνία που σχηματίζουν οι διανυσματικές ακτίνες των z,ω είναι ίση με 120ο

δ. Να βρεθεί ο μιγαδικός και να δειχθεί ότι

**Α4.** Δίνεται ότι και ω= με ω, C

α. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων του z και του ω.

β. Να βρεθεί το μέγιστο-ελάχιστο.

**ΘΕΜΑ Βο**

Δίνεται η εξίσωση με zC και α

**Β1.**

α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες.

**β.** Να υπολογίσετε το όριο όπου S,P είναι το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης

**Β2.** Έστω zC και η συνάρτηση f με με

α. Αν να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων του z

β. Να δειχθεί ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον τέτοιο ώστε

 όπου οι z1, z2, z3, z4 έχουν εικόνες οι οποίες ανήκουν στον γεωμετρικό τόπο των εικόνων του z.

**ΘΕΜΑ Γο**

**Γ1.** Δίνονται τα πολυώνυμα P,Q για τα οποία ισχύει:

 με .

Επίσης δίνεται η σχέση

α. Να βρεθεί το πολυώνυμο

β. Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο δεν έχει πραγματικές ρίζες.

**Γ2.** Δίνεται η συνάρτηση *f* με η οποία είναι συνεχής στο (zC)

α. Να βρεθεί o γεωμετρικός τόπος των εικόνων του z.

β. Να εξετάσετε αν η *f* είναι παραγωγίσιμη στο

**Γ3.** Έστω συνάρτηση *f* με και με z.

α. Να δειχθεί ότι η *f* αντιστρέφεται και να βρεθεί η εξίσωση εφαπτομένης της *Cf -1* στο με δεδομένο ότι η *f -1* είναι παραγωγίσιμη στο D*f -1*

β. Να βρεθεί το

**ΘΕΜΑ Δο**

Δίνεται συνάρτηση *f* συνεχής στο [2,5] και παραγωγίσιμη στο (2,5) με

z= *f*(2)+5*i* και ω= *f*(5)+2*i*

**Δ1.** Έστω ότι ισχύει Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της *f* τέμνει τον άξονα *x ΄x* σε ένα τουλάχιστον σημείο.

**Δ2.** Αν Re(z)=Im(ω) τότε να δείξετε ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον ξ (2,5) τέτοιο ώστε *f ΄*(ξ)ημ(ξ-5) = (2- *f(*ξ))συν (ξ-5)

**Δ3.** Να υπολογίσετε το όριο 

**Δ4.** Έστω Re(z)=Re(ω). Να δείξετε ότι υπάρχουν ξ1 ,ξ2(2,5) με ξ1≠ ξ2 ώστε να ισχύει

**Δ5.** Έστω ότι ισχύει και *f*(5) = α2+β2-6α+5

*f(2) = 2α-2β-9i16*. Να βρεθούν τα α,β